
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

CORRADINO MINEO

Di una interpretazione del principio del minimo sforzo di Gauss

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 8 (1929), n.5, p. 260–261.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_5_260_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_5_260_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Di una interpretazione del principio del minimo sforzo di Gauss.

Nota di CORRADINO MINEO (a Palermo).

Sunto. - *Si dimostra che un teorema, dato recentemente, come una nuova interpretazione del principio della minima costrizione di GAUSS, costituisce piuttosto una interpretazione, in un caso particolarissimo, d'un noto risultato dell'APPELL.*

Sia M la posizione nell'istante t d'un generico punto, appartenente a un sistema materiale a vincoli bilaterali privi d'attrito e indipendenti dal tempo: sia N la posizione assunta dallo stesso punto, in virtù del moto reale vincolato, nell'istante $t + \tau$.

Sia, invece, N^* la posizione che assumerebbe effettivamente il punto generico M , nello stesso istante $t + \tau$, a partire dalla configurazione e distribuzione di velocità nell'istante t , se in questo istante coesistessero, insieme con i vincoli precedenti, altri vincoli (privi d'attrito e indipendenti dal tempo), compatibili inoltre con le velocità dei punti del sistema nell'istante t .

Il teorema in discorso afferma che per τ convenientemente piccolo è

$$(1) \quad \sum m \overline{MN}^2 > \sum m \overline{MN}^{*2} \quad (1).$$

È da notare, anzitutto, come non sia rigoroso parlare d'una brusca introduzione di nuovi vincoli nell'istante t : perchè in questo caso si genererebbero percosse e brusche variazioni di velocità: la (1), per nuovi vincoli persistenti (indipendenti dal tempo), sarebbe allora una immediata conseguenza del teorema di CARNOT.

In secondo luogo il teorema (nell'accezione dichiarata) non ha nulla a che fare col principio della minima costrizione di GAUSS (tranne che si può dedurre, come fa l'autore, da questo):

(1) Vedi E. GUGINO, *Sopra una nuova interpretazione del principio della minima costrizione del Gauss*, « Rend. della R. Accademia dei Lincei », Vol. VIII, 1928, pp. 558-565.

che è sostanzialmente distinto dalla proposizione (1) e di ben altra portata, come quello che afferma una proprietà di estremo rispetto alla totalità degli spostamenti virtuali compatibili con i legami, indipendentemente da ogni possibilità di effettuarli (1).

È da notare, infine, che la (1) è una conseguenza immediata delle note equazioni generali del movimento stabilite dall'APPELL con la ricerca del minimo d'una funzione di secondo grado delle accelerazioni. Infatti si ha con manifesto significato dei simboli:

$$\begin{aligned} \Sigma m \overline{MN}^2 &= \tau^2 \Sigma m v^2 + \tau^3 \Sigma m (\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}) + \frac{\tau^4}{4} \Sigma m (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2) = \\ &= \tau^2 \Sigma m v^2 + \tau^3 \Sigma (X\dot{x} + Y\dot{y} + Z\dot{z}) - \\ &- \frac{\tau^4}{2} \left(\frac{1}{2} \Sigma m (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2) - \Sigma (X\ddot{x} + Y\ddot{y} + Z\ddot{z}) \right). \end{aligned}$$

Ora, come ha rilevato l'APPELL, la funzione

$$\frac{1}{2} \Sigma m (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2) - \Sigma (X\ddot{x} + Y\ddot{y} + Z\ddot{z})$$

è minima nel moto reale rispetto a tutte le altre concepibili accelerazioni consentite dai vincoli (olonomi o no, dipendenti o non dipendenti dal tempo). Ne segue immediatamente la (1), ma nel caso particolarissimo di accelerazioni effettivamente realizzabili con l'aggiunta di nuovi vincoli (con le altre restrizioni già dette): sicchè $\Sigma m \overline{MN}^2$ è un massimo soltanto al variare dei parametri che vengono introdotti per l'aggiunta di nuovi vincoli: limitazione che toglie ogni valore euristico all'anzidetta proposizione (2).

Palermo, novembre 1929.

(1) Non va preso alla lettera il LECORNU, quando, a proposito del principio di GAUSS, parla di « mouvements compatibles avec les liaisons, mouvements qu'on réaliserait sans changer les forces appliquées, en ajoutant de nouvelles liaisons convenablement choisies » (*Cours de Mécanique*, Tome II, 1915, pp. 46-47): manifestamente questi movimenti (quando esistono) non sono che una speciale categoria di quelli cui si riferisce il principio.

(2) L'A., in una successiva Nota (*Sulla estensione del teorema del massimo effetto cineto-dinamico al moto dei sistemi a legami unilaterali*, *Linee*, vol. IX, 1929, pp. 741-742), pretende dedurre il risultato dell'APPELL dalla (1), cioè risalire dal corollario al teorema: si tratta d'un equivoco sul quale non è il caso d'insistere.