
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Corrispondenza

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 8 (1929), n.3, p. 164–165.*

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_3_164_0)

[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_3_164_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_3_164_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

CORRISPONDENZA

RISPOSTE

37. La disuguaglianza

$$\int_T u^2 dT \leq \frac{(\text{diametro di } T)^2}{4n} \int_T \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial u}{\partial x_n} \right)^2 \right] dT.$$

(nella ipotesi che $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sia finita e continua, con le derivate parziali del 1° ordine, nel dominio T , limitato e misurabile, dello spazio S_n , e che tale funzione sia sempre nulla sulla frontiera di T). è una conseguenza immediata dell'altra

$$\int_T u^2 dT \leq \frac{1}{n} \left(\frac{D}{\pi} \right)^2 \int_T \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial u}{\partial x_n} \right)^2 \right] dT$$

($D =$ diametro di T), la quale è, a sua volta, una conseguenza della disuguaglianza

$$\int_T u^2 dT \leq \left(\frac{D}{\pi} \right)^2 \int_T \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} \right)^2 dT.$$

Detta T_{x_r} la parte di T che si trova su una retta generica parallela all'asse delle x_r , la disuguaglianza ora scritta segue immediatamente dalla

$$(1) \quad \int_{T_{x_r}} u^2 dx_r \leq \left(\frac{D}{\pi} \right)^2 \int_{T_{x_r}} \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} \right)^2 dx_r.$$

Ma si ha (se (a, b) è un segmento di T_{x_r} , avente gli estremi sulla frontiera di T)

$$(2) \quad \int_a^b u^2 dx_r \leq \left(\frac{b-a}{\pi} \right)^2 \int_a^b \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} \right)^2 dx_r.$$

e perciò

$$\int_a^b u^2 dx_r \leq \left(\frac{D}{\pi}\right)^2 \int_a^b \left(\frac{\partial u}{\partial x_r}\right)^2 dx_r,$$

donde la (1).

Della (2) si conoscono varie dimostrazioni. La più elementare (e più rapida) di tutte è quella data dal prof. M. PICONE in *Esercitazioni Matematiche*, del « Circolo Matematico di Catania », 1922, pag. 288 (1). Essa consiste nell'osservare che è, da una parte,

$$\int_a^b \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} - \frac{\pi u}{b-a} \cotg \frac{\pi(x_r - a)}{b-a} \right)^2 dx_r \geq 0$$

e, dall'altra (sviluppando il quadrato),

$$\int_a^b \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} - \frac{\pi u}{b-a} \cotg \frac{\pi(x_r - a)}{b-a} \right)^2 dx_r = \int_a^b \left(\frac{\partial u}{\partial x_r} \right)^2 dx_r - \left(\frac{\pi}{b-a} \right)^2 \int_a^b u^2 dx_r,$$

l. t.

(1) Vedi anche questo « Bollettino », 1923, pag. 99.