
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni

* N. E. Nörlund: Leçons sur les équations linéaires aux différences finies

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 8 (1929), n.3, p. 162–163.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_3_162_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

N. E. NÖRLUND: *Leçons sur les équations linéaires aux différences finies*. (Paris, Gauthier-Villars, 1929. Un vol. di pagg. VI—152).

Questo libro del chiaro analista danese viene a fare seguito alla sua opera magistrale dal titolo « Differenzenrechnung », e all'interessante volume, di recente pubblicazione, sulle serie di interpolazione. Esso contiene, nel modo più completo, quanto si può dire sulle equazioni lineari alle differenze, specie su quelle a coefficienti analitici qualora, come dice l'A., scopo essenziale sia quello di porre in rilievo le proprietà analitiche delle soluzioni di tali equazioni, particolarmente delle omogenee, sia deducendole dai loro sviluppi in serie di facoltà analitiche, sia per mezzo di recenti metodi di approssimazioni successive dovuti a matematici americani quali BIRKHOFF e CAERMICHAEL. La redazione di queste lezioni è opera del prof. RENÉ LAGRANGE.

Un rapido esame dei singoli capitoli varrà a dare un'idea del contenuto del volume. Nel Cap. I, premessa la forma dell'equazione da studiare e la natura dei coefficienti, si definiscono e si determinano i sistemi fondamentali di soluzioni: indi, soddisfatto formalmente all'equazione per mezzo di una serie contenente una funzione arbitraria, si viene a determinare questa funzione in modo da rendere convergente la serie rappresentante la soluzione formale. Vengono date le proprietà che legano le soluzioni di una equazione lineare alle differenze con quelle della sua *aggiunta*, (argomento studiato da tempo da matematici italiani, che l'A. non ommette di citare) e la sorta di reciprocità che da essa deriva fra le soluzioni ed i moltiplicatori. Il metodo della variazione delle costanti permette qui, con analogia al caso delle equazioni differenziali lineari, di ricondurre la risoluzione dell'equazione non omogenea a quella di un'equazione omogenea e ad un certo numero di *somme* finite; infine, sempre conservandosi la ricordata analogia, si abbassa l'ordine di un'equazione quando se ne conoscano soluzioni particolari. Il Cap. II è dedicato alla rappresentazione delle soluzioni per mezzo delle serie di facoltà, algo-

ritmo che nel presente studio ha quasi l'efficacia stessa che ha la serie di potenze nello studio delle equazioni lineari differenziali: il loro uso, agevolato dallo studio di queste serie fatto dall'A. nel suo libro sulle serie di interpolazione, permette di fissare il carattere analitico di sistemi di soluzioni canonici. Il Cap. III espone la relazione fra le equazioni lineari alle differenze a coefficienti polinomi e le equazioni differenziali lineari, relazione che nasce dalla ben nota espressione in forma di integrale definito, costituente la classica trasformazione di LAPLACE: anche per questa via si hanno le proprietà analitiche, ed anche le asintotiche, di sistemi fondamentali costituiti da funzioni analitiche: per talune di queste ultime proprietà, possono anche servire serie divergenti di potenze negative della variabile al posto delle serie di facoltà. Per equazioni i cui coefficienti sono funzioni regolari nel punto $x = \infty$, viene esposto nel Cap. IV un metodo che si può dire di approssimazioni successive, dovuto al CARMICHAEL: esso dà un sistema di soluzioni regolari in un campo infinito e soddisfacente a relazioni asintotiche di una notevole semplicità. Il Cap. V è dedicato a sistemi formati da n equazioni del prim'ordine contenenti n funzioni incognite (sistemi detti *d'ordine* n): sono definiti per tali sistemi i sistemi fondamentali di soluzioni, e viene dimostrato che se i coefficienti del sistema sono razionali, esiste un sistema fondamentale di soluzioni meromorfe. È definito il sistema aggiunto e ne sono date le proprietà, aventi carattere di reciprocità: sono studiati i sistemi a secondi membri: è notata la possibilità di abbassamento dell'ordine del sistema quando ne sono note soluzioni particolari. Infine, il Cap. VI espone un metodo interessante, dovuto al BIRKHOFF, per lo studio dei sistemi i cui coefficienti sono regolari all'infinito, caso legato a quello considerato al Cap. IV; esso è fondato sulla considerazione di matrici e dei limiti di loro determinanti, su cui non è possibile, in questo rapido cenno, dare maggiori particolari.

Per l'importanza degli argomenti trattati, per le loro relazioni colla teoria fondamentale delle equazioni differenziali lineari, relazioni che conducono ad una più alta visione di entrambi i campi, per l'efficacia e la varietà dei metodi esposti, è da ritenere che non sarà scarso il numero dei matematici italiani che prenderanno interesse alla lettura dell'opera di cui abbiamo dato qui un rapido cenno.

(10).