BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

JULIO REY PASTOR

Sul differenziale esatto ed il teorema di Morera

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 8 (1929), n.2, p. 92–93.*

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1929_1_8_2_92_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Sul differenziale esatto ed il teorema di Morera.

Lettera dal Prof. J. REY PASTOR (Madrid e Buenos Aires).

Nel vol. V (1926), pag. 123 di questo « Bollettino », il prof. GORFREDO VITALI ha dimostrato il seguente teorema :

« La condizione necessaria e sufficiente perchè

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy$$

« sia un differenziale esatto in S , è che siano eguali gli integrali
« estesi alle due spezzate di lati paralleli agli assi coordinati fra
« due punti qualunque di S ».

Il dott. SBRANA nello stesso « Bollettino », vol. VII (1928), ha generalizzato la proprietà al caso delle funzioni di tre variabili e ha richiamata l'attenzione dei lettori sulla « elegante applicazione alla teoria delle funzioni di variabile complessa » che ne ha fatto il prof. ANGELO TONOLO negli « Atti del R. Istituto Veneto », (1926-27), mostrando che se una funzione continua di variabile complessa è tale che siano nulli gli integrali di questa funzione estesa ai perimetri di tutti i rettangoli che hanno un vertice fisso e i lati paralleli agli assi coordinati cartesiani, allora è pure nullo ogni integrale della funzione esteso a qualunque curva chiusa del suo campo di esistenza e quindi, per il teorema di MORERA, la funzione è ivi certamente analitica.

Tutti i tre risultati dei signori VITALI, SBRANA e TONOLO si trovano stampati da molti anni nei miei libri elementari d'insegnamento per gl'Ingegneri.

Nel « *Curso de Cálculo infinitesimal dictado en la Facultad de Ingeniería* », Buenos Aires, 1922, si dimostra nella pag. 254 che: « *bastaba que la integral de $Pdx + Qdy$ tome el mismo valor por dos caminos rectilíneos (quebradas de lados paralelos a los ejes), para deducir la existencia de la función potencial* ». La dimostrazione (già esposta nel mio *Cálculo infinitesimal*, autografato nel 1921) è identica a quella del prof. VITALI; e lo stesso accade colla dimostrazione del dott. SBRANA nel vol. VII, identica a quella stampata nella pag. 256 del mio corso del 1922, o autografata nella pag. 251 del corso del 1921.

Nella mia « *Teoría de las funciones analíticas y sus aplicaciones físicas* », Buenos Aires, 1918, si dimostra (pag. 50) il teorema di MORERA con questa aggiunta:

« *Es suficiente la anulación de las integrales a lo largo de todos los contornos rectangulares (de lados paralelos a los ejes) pues la demostración dada del teorema de la diferencial exacta es válida con esta hipótesis restringida* ».

Questo è esattamente il complemento del prof. TONOLO al teorema di MORERA negli « Atti del R. Istituto Veneto », 1927.