
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: A. M. Bedarida, G. Mignosi, Edgardo Ciani

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. 7 (1928), n.3, p. 148–151.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_3_148_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_3_148_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_3_148_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

A. M. BEDARIDA: *Ricerche sopra il numero delle classi di forme aritmetiche di Hermite*. (Memoria II. In corso di stampa negli « Annali di Matematica »).

La presente Memoria è il seguito di quella pubblicata, con lo stesso titolo, nel Tomo III (1925-1926) degli « Annali di Matematica » ⁽¹⁾. In tale Memoria è trattata la ricerca delle relazioni tra i numeri delle classi di forme di HERMITE, appartenenti ad un corpo quadratico immaginario $k(\sqrt{-d})$, quando i determinanti differiscono per il fattore mm_0 , essendo m un intero del corpo, m_0 il suo coniugato. E, la ricerca viene esaurita per le forme definite che appartengono ai corpi $k(\sqrt{-d})$, privi di ideali secondari. In questa seconda Memoria è completato il caso delle forme definite col supporre che appartengano a corpi quadratici immaginari *aventi anche ideali secondari*, cioè a quei corpi $k(\sqrt{-d})$ in cui è resa indispensabile l'introduzione degli ideali per potervi stabilire le ordinarie teorie aritmetiche.

La forma algebrica delle relazioni che qui otteniamo è, com'era ben prevedibile, quella osservata nella Memoria precedente. Però, si ottengono dei *nuovi sistemi di relazione*, corrispondenti al caso che m sia un numero indecomponibile nel corpo, ma considerato come ideale, sia decomponibile. Questo fatto può avvenire solo nei corpi aventi anche ideali secondari.

Il procedere con la teoria degli ideali, in parecchi punti del nostro lavoro, non è stata cosa facile. Tuttavia, ritrovate le proprietà fondamentali delle attuali ricerche attraverso a questa teoria, esse apparvero con la semplicità della Memoria precedente.

In una breve Nota, in pubblicazione in questo Bollettino, ho fatto vedere la circostanza notevole, che il fatto di avere il numero delle classi delle forme definite di HERMITE la forma trinomia oppure la forma binomia è — generalmente — legato ai *numeri primi*

⁽¹⁾ Un sunto di questa prima Memoria si trova pubblicato nel fasc. 5° dell'anno 1924 di questo Bollettino.

critici del corpo $k(\sqrt{-d})$ a cui appartengono le forme e quindi si può dire che, in un certo senso, la natura algebrica di questo numero è più legata al discriminante del corpo, che al determinante delle forme.

In un terzo lavoro saranno esaurite le attuali ricerche, col completare il caso delle forme indefinite di HERMITE.

Genova, maggio 1928.

G. MIGNOSI: *Risoluzione apiristica della equazione generale cubica in un corpo numerico finito*. (Nota in corso di stampa nei « Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo »).

In questo lavoro l'A. si propone di dimostrare che la risoluzione di una equazione cubica in un corpo finito Γ può sempre ridursi alla risoluzione di equazioni binomie, salvo, ove occorra, un ampliamento di Γ , trasportando alle equazioni cubiche in Γ qualcuno dei procedimenti classici relativi alle equazioni algebriche di 3° grado nel corpo complesso. Ed è notevole il risultato che le equazioni binomie cui è ricondotta l'equazione cubica data, se non sono possibili in Γ , lo sono sempre nel corpo algebrico $\bar{\Gamma}$ derivato da Γ mediante il trinomio $\omega^2 + \omega + 1$.

Del resto, la risolubilità per equazioni binomie di una equazione algebrica qualunque in Γ è legata intimamente (come l'A. mostrerà in altro lavoro) alla risolubilità per radicali della equazione stessa interpretata nel corpo complesso, così che il risultato ottenuto in questa Nota s'inquadra in un fatto assai più generale.

Anche allo scopo di future applicazioni, occorre all'A. introdurre, anzitutto, la nozione di *sistema completo di grado n* di numeri di Γ e di estendere l'elegante teorema di HURWITZ relativo alle congruenze, per stabilire una condizione necessaria e sufficiente affinché una equazione algebrica qualsiasi ammetta in Γ un dato numero v di radici distinte.

In particolare, poi, supposto che l'equazione cubica abbia in Γ tre radici distinte, sono date di queste le espressioni apiristiche.

Circa l'ordine N (eguale ad una potenza p^m di un numero primo p , che supponesi maggiore di 3) di Γ , è essenziale distinguere il caso (A) in cui, qualunque sia m , p sia della forma $6h + 7$ ($h \geq 0$) oppure della forma $6h + 5$ ed m pari, dal caso (B) nel quale p essendo della forma $6h + 5$, m sia dispari.

Assunta l'equazione cubica sotto la forma:

$$x^3 + \frac{a}{3}x - \frac{2b}{27} = 0 \quad (\Delta = a^3 + b^2)$$

con a, b elementi di Γ , e, supposta soddisfatta la condizione affinché essa abbia in Γ tre radici distinte x_0, x_1, x_2 , sono ricavate per queste, nel caso (A), le espressioni cardaniche:

$$(1) \quad x_r = \omega^r \sqrt[3]{b + \sqrt{\Delta}} + \eta \omega^{2r} \sqrt[3]{b - \sqrt{\Delta}}, \quad (r = 0, 1, 2)$$

η e ω essendo rispettivamente una conveniente radice cubica dell'unità ed una radice cubica primitiva dell'unità, appartenenti a Γ ; e i radicali essendo definiti dalle posizioni:

$$\sqrt{\Delta} = \sum_{j=0}^{\mu} S_j \Delta^j, \quad \sqrt[3]{b + \sqrt{\Delta}} = \sum_{j=0}^{\lambda} T_j (b + \sqrt{\Delta})^j, \\ \left(\lambda = \frac{N-1}{3} - 1, \quad \mu = \frac{N-1}{2} - 1 \right),$$

dove S_j, T_j si esprimono per mezzo di un sistema completo di 2° e di 3° grado di numeri di Γ , rispettivamente.

Nel caso (B), e sempre nelle ipotesi fatte, le formule (1) hanno ancora luogo con η, ω, S_j, T_j appartenenti a $\bar{\Gamma}$ e

$$\lambda = \frac{N^2 - 1}{3} - 1 \quad \text{e} \quad \mu = \frac{N^2 - 1}{2} - 1.$$

In questo caso nei secondi membri delle (1), ω figura solo formalmente nelle ipotesi fatte.

Infine, supponendo che Γ si riduca ad un sistema completo di numeri incongrui (mod. p) e però $m = 1, N = p$, sono dedotte, in particolare, nei due casi (A) e (B), le formule di risoluzione apiristica della congruenza condizionale di 3° grado secondo il modulo p .

G. M.

EDGARDO CIANI: *Ricerche sopra le quartiche razionali gobbe*. (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, T. LII, 1928).

La Memoria riassume le proprietà principali già conosciute delle quartiche razionali gobbe e altre ne aggiunge che sembrano interessanti e a quelle intimamente si collegano, rispecchiando così una parte del corso di Geometria Superiore svolto dall'A. l'anno scorso nell'Università di Firenze.

Le interessanti relazioni geometriche che passano fra la quartica gobba di 2° specie C_4 e la superficie di STEINER, hanno suggerito all'A. di destinare un primo capitolo della Memoria ad una rapida esposizione che riepiloga le proprietà fondamentali della su-

perficie di STEINER, con particolare riguardo ai gruppi di collineazioni spaziali rispetto alle quali essa è invariante.

Un secondo capitolo mette in evidenza il legame che collega la involuzione sizigetica, sulla curva C_4 , con il gruppo quadriminomio di collineazioni che la trasformano in se stessa e intorno al quale si connettono nuovi interessanti particolari della curva.

Nel capitolo terzo vengono considerate le quadriche più notevoli individuate da C_4 quali, ad esempio, il luogo delle trisecanti (cioè la quadrica passante per C_4), il luogo delle rette da cui si possono condurre tre piani osculatori alla curva, la serie rigata a cui appartengono le quattro tangenti nei quattro punti d'iperosculazione ecc. ecc.

Il capitolo quarto studia C_4 in relazione alla superficie di STEINER di cui essa è asintotica e costituisce il complemento più naturale del capitolo I°.

Infine i capitoli V° e VI° sono dedicati allo studio dei due casi particolari delle quartiche armoniche ed equianarmoniche, cioè a quei casi in cui la binaria biquadratica, che rappresenta i quattro punti di contatto dei piani iperosculanti di C_4 , sia armonica, od equianarmonica. Vengono allora ad aggiungersi altre collineazioni che trasformano C_4 in se stessa, così da costituire due gruppi rispettivamente di 8° e 12° ordine, dei quali naturalmente è sottogruppo il quadriminomio già segnalato nel caso generico.

Alle indicazioni bibliografiche, contenute nella Memoria, è da aggiungere lo *Studio geometrico della quartica gobba razionale* di G. MARLETTA, « Annali di Matematica », serie III, tomo VIII, che interessa particolarmente chi voglia approfondire le ricerche sulla curva C_4 con metodo puramente geometrico.
