Agustín Durañona y Vedia

Un teorema del valor medio nel calcolo integrale

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **7** (1928), n.2, p. 76–77.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_2_76_0>

Un teorema del valor medio nel calcolo integrale.

Nota di AGUSTIN DURAÑONA Y VEDIA (a La Plata).

Sia la $\varphi(x)$ non negativa nell' intervallo (a, b), nel quale $m \leq \psi(x) \leq M$, ed esistano gli integrali

$$\int_a^b \varphi(x)dx, \quad \int_a^b \varphi(x)\psi(x)dx.$$

Ci proponiamo di dimostrare che esiste un ξ, compreso fra a e b, tale che

$$M\int_a^\xi \varphi(x)dx + m\int_\xi^b \varphi(x)dx = \int_a^b \varphi(x)\psi(x)dx.$$

La dimostrazione è immediata ove sia $m \geq 0$.

La funzione continua $M\int_a^x \varphi(x)dx$, uguale a 0 se $x = a$, a $M\int_a^b \varphi(x)dx > 0$ se $x = b$, assume il valore $\int_a^b \varphi\psi dx < M\int_a^b \varphi(x)dx$ in corrispondenza di (per lo meno) un valore ξ di x, compreso fra a e b. Può dunque scriversi

$$M\int_a^\xi \varphi dx = \int_a^b \varphi\psi dx$$

e quindi anche, ove m sia qualsiasi

$$(M - m)\int_a^\xi \varphi dx = \int_a^b \varphi(\psi - m)dx,$$

onde

$$M\int_a^\xi \varphi dx + m\int_\xi^b \varphi(x) = \int_a^b \varphi\psi dx.$$

La Plata, dicembre 1927.