BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMBERTO CRUDELI

Sul comportamento dei liquidi viscosi nei moti aventi completa simmetria assiale

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 6 (1927), n.5, p. 257–258.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_5_257_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_5_257_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1927.

Sul comportamento dei liquidi viscosi nei moti aventi completa simmetria assiale.

Nota di UMBERTO CRUDELI (a Messina).

In un lavoro comparso nei « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei » (1° sem. 1927, pagg. 500-504) ho mostrato che lo studio del moto di un liquido viscoso (omogeneo), il quale moto avvenga secondo piani passanti per un asse e con uguale comportamento in ognuno di essi (nell'ipotesi di forze di massa conservative), può ridursi a quello di un'unica equazione; precisamente dalla seguente:

$$(1) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z} \frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r} \right) = \nu \frac{\partial \Delta_4 F}{\partial r},$$

designando con la costante ν il rapporto fra viscosità e densità del liquido, inoltre con r la coordinata radiale e con z l'assiale appartenenti ad un sistema di coordinate cilindriche (del quale l'asse dei cilindri coordinati sia quello di simmetria del movimento).

Dalla (1) scende della stessa equazione un'altra forma che giova porre in rilievo. Intanto, se denotiamo con v_r la componente radiale della velocità e con v_z l'assiale, ricordando in pari tempo ⁽¹⁾ che

$$v_r = \frac{dr}{dt} = - \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}.$$

si vede subito che la (1) può scriversi

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta_2 F}{\partial t \partial r} + \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right\} \frac{\partial^2 \Delta_2 F}{\partial z \partial r} + \\ + \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r} - \frac{\partial^2 \Delta_2 F}{\partial r^2} \right\} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial z} = \nu \frac{\partial \Delta_4 F}{\partial r}. \end{aligned}$$

(1) Cfr. il citato mio lavoro dei Rend. dei Lincei, pag. 503.

quindi, posto ⁽¹⁾

$$D = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) & \frac{\partial}{\partial r} \left(1 \frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) & \frac{\partial}{\partial z} \left(1 \frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r} \right) \end{vmatrix},$$

avremo la cercata forma

$$\frac{\partial^2 \Delta_2 F}{\partial t \partial r} + 2D = v \frac{\partial \Delta_4 F}{\partial r},$$

che mostra la parte non lineare della nostra equazione (parte non lineare che coincide, come si vede, col doppio del determinante D).

Messina, settembre 1927.

(1) Ove si osservi che la funzione di corrente uguaglia $r \frac{\partial F}{\partial r}$ e che, inoltre, denotando del vettore rotazione della velocità con 2Ω la proiezione sopra un asse opportunamente orientato, risulta $2\Omega = -\frac{\partial \Delta_2 F}{\partial r}$ (cfr. il pre-detto mio lavoro dei Lincei), si vede che il determinante D uguaglia quello introdotto dal prof. CALDONAZZO in una sua Nota dei Rend. del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere (1924, pag. 781).