

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

GUIDO FUBINI

## Una osservazione a proposito della nota precedente

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,*  
Vol. **6** (1927), n.2, p. 60–61.

Unione Matematica Italiana

<[http:  
//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1927\\_1\\_6\\_2\\_60\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_2_60_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

### Una osservazione a proposito della nota precedente.

Nota di GUIDO FUBINI (a Torino).

La nota del prof. TERRACINI non solo dà il significato più semplice possibile delle forme  $hdudv$ ,  $kdudv$  associate ad una equazione di LAPLACE <sup>(1)</sup>, cioè dei suoi invarianti  $h$ ,  $k$  ma permette di dare una semplice dimostrazione geometrica del mio teorema ivi cit. che  $h = K$  caratterizza le congruenze  $W$ . Si osservi che, se con  $x$ ,  $\xi$  indico le coordinate di punto e di piano tangente di una falda focale, e con  $\bar{x}$  (o  $x_1$ ),  $\bar{\xi}$  (o  $\xi_1$ ) le coordinate del punto e piano omologo della seconda falda, allora si può supporre  $Sdx d\xi_1 = Sd\bar{x}_1 d\bar{\xi} = S\xi x_1 = S\xi_1 x = 0$ . Cioè vi è un sistema nullo che porta i punti  $x$ ,  $x_u$ ,  $x_v$ ,  $x_1$ ,  $x_{1u}$ ,  $x_{1v}$  nei piani  $\xi_1$ ,  $\xi_{1u}$ ,  $\xi_{1v}$ ,  $\xi$ ,  $\xi_u$ ,  $\xi_v$ ; e questo sistema nullo è precisamente quello determinato dal complesso lineare osculatore alla congruenza (cfr. il mio libro cit. a pag. 249). Anzi, con le notazioni di tale libro, la trasformazione lineare, che porta le  $x$ ,  $x_u$ ,  $x_v$ ,  $x_{uv}$  rispettivamente nelle  $\xi_1$ ,  $\xi_{1u}$ ,  $\xi_{1v}$ ,  $\xi_{1uv}$ , porta, come è facile riconoscere,  $x_1$ ,  $x_{1u}$ ,  $x_{1v}$  in  $N\xi$ ,  $N\xi_u$ ,  $N\xi_v$ . L'uguaglianza del birapporto dei punti  $x$ ,  $z$ ,  $x_1$ ,  $y_1$  e di quello dei piani tangenti considerati dal TERRACINI

<sup>(1)</sup> Queste forme furono già considerate da me (cfr. il mio libro cit. a pag. 104). Il nome di *forme associate* è dovuto al BOMPIANI, che ne fece notevoli applicazioni nelle sue ricerche.

nel § 2 della nota precedente segue immediatamente da ciò che tali quaterne di punti e di piani si corrispondono nel precedente sistema nullo (osculatore alla congruenza). Non mi occupo qui del teorema reciproco.