Bollettino
Unione Matematica
Italiana

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: P. Tortorici

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **5** (1926), n.5, p. 232–232.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_5_232_0>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

P. Tortorici: *Sulle funzioni convesse* (in corso di stampa negli « Annali di Matematica »).

Una funzione $f(x)$, definita in un intervallo (a, b), dicesi, secondo Jensen, convessa in questo intervallo se, per ogni coppia di punti x_1, x_2 di (a, b), si ha:

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) \leq \frac{1}{2} \{ f(x_1) + f(x_2) \} ;$$

il Landau invece definisce la funzione $f(x)$ convessa in (a, b) se, per ogni terna di punti x_1, x_2, x_3 di (a, b), tali che sia $x_1 < x_2 < x_3$ si ha:

$$\begin{vmatrix} f(x_1) & x_1 & 1 \\ f(x_2) & x_2 & 1 \\ f(x_3) & x_3 & 1 \end{vmatrix} \leq 0.$$

Le due definizioni sono equivalenti. Ciò si dimostra subito appoggiandosi alla proprietà, già segnalata da Jensen, che le funzioni convesse e limitate superiormente sono continue; in questa Nota è stabilita l'equivalenza delle due definizioni senza far ricorso alla continuità della funzione, la quale proprietà è dimostrata dopo con un procedimento diverso, nella forma, da quello tenuto da Jensen.

Per le funzioni reali di più variabili Jensen ha dato poi la seguente definizione: Una funzione reale f del punto $P(x, y, \dots, z)$, variabile in un dominio Ω a n dimensioni semplicemente connesso e convesso, dicesi convessa in Ω se, essendo $P_1(x_1, y_1, \dots, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, \dots, z_2)$ due punti qualsivogliano di Ω e P il punto medio del segmento $\overline{P_1P_2}$, si ha:

$$f(P) \leq \frac{1}{2} \{ f(P_1) + f(P_2) \} .$$

La funzione f è allora manifestamente convessa rispetto a ciascuna delle sue variabili e quindi anche, se limitata superiormente, continua; ma di più sussiste la proprietà notevolissima e, per quanto io sappia, non segnalata finora, che essa è continua rispetto all'insieme delle sue variabili.