

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

ERNEST P. LANE

## Le direttrici di Sullivan

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie  
1, Vol. 5 (1926), n.5, p. 214–215.*

Unione Matematica Italiana

<[http:  
//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1926\\_1\\_5\\_5\\_214\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_5_214_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

### Le direttrici di Sullivan.

Nota di ERNEST P. LANE (a Chicago).

Adoperando le equazioni

$$x_{uu} = \theta_u x_u + \beta x_v + \alpha x, \quad x_{vv} = \gamma x_u + \theta_v x_v + \nu x, \quad \theta = \log(\beta\nu),$$

di FUBINI per una superficie  $S$  non rigata, BOMPIANI ha dato (una interpretazione geometrica delle *forme elementari*

$$\beta \frac{du^2}{dv}, \quad \gamma \frac{dv^2}{du}.$$

La equazione differenziale delle estremali di  $\int \gamma dv^2/du$  è

$$v'' = -\frac{\gamma_u}{\gamma} v' - \frac{1}{2} \frac{\gamma_v}{\gamma} v'^2.$$

(<sup>1</sup>) Bollettino Unione Matem. Ital., Ottobre 1926.

I piani osculatori in un punto  $P$  di  $S$  alle curve uscenti da  $P$  inviluppano un cono di terza classe.

I tre piani cuspidali di questo cono passano per una stessa retta congiungente  $P$  al punto

$$(1) \quad x_{xr} - \frac{1}{4} \psi_2 x_u - \frac{1}{2} \psi_1 x_r,$$

ove

$$\psi_1 = \frac{\partial}{\partial u} \log \beta^2 \gamma^2, \quad \psi_2 = \frac{\partial}{\partial v} \log \beta^2 \gamma^2.$$

Similmente si ha un'altra retta congiungente  $P$  al punto

$$(2) \quad x_{ur} - \frac{1}{4} \psi_1 x_r - \frac{1}{2} \psi_2 x_u.$$

Queste rette sono precisamente le direttrici di SULLIVAN (scroll directrices) <sup>(1)</sup> considerate da GREEN e definite da lui in tutt'altra via. Si può anche dire: la prima direttrice di SULLIVAN è l'intersezione del piano in cui giacciono la tangente alla asintotica  $v = \text{cost.}$  e la direttrice di WILCZYNSKI, e del piano in cui giacciono la tangente all'asintotica  $u = \text{cost.}$  e lo spigolo di GREEN.

Le direttrici di SULLIVAN non giacciono nel piano canonico di FUBINI, e determinano un piano la cui equazione è

$$\psi_1 x_2 + \psi_2 x_3 + \frac{3}{4} \psi_1 \psi_2 x_4 = 0.$$

Questo piano taglia il piano canonico nella retta congiungente  $P$  al punto

$$x_{ur} - \frac{3}{8} (\psi_2 x_u + \psi_1 x_r).$$

Ecco un'altra retta canonica notevole!

Se la superficie  $S$  è rigata,  $\beta = 0$ ,  $\gamma \neq 0$ , la seconda direttrice di SULLIVAN diventa indeterminata ma la prima è ancora definita <sup>(2)</sup> da SULLIVAN e adoperata da lui come sostituta della direttrice di WILCZYNSKI, la quale è indeterminata in questo caso.

(1) Transactions of the American Mathematical Society, vol. XX, p. 111.

(2) SULLIVAN, Transaction of the American Mathematical Society, 1915