
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

GABRIELE TORELLI

Alcuni teoremi sui numeri primi

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. 5 (1926), n.3, p. 113–114.

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_3_113_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_3_113_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1926.

PICCOLE NOTE

Alcuni teoremi sui numeri primi.

Nota di GABRIELE TORELLI

I. Se l'intero N è prodotto di fattori primi diseguali tutti della forma $4z + 1$, ed $E(x)$ indica, come al solito il massimo intero contenuto in x , si verificano le eguaglianze

$$E(\sqrt{N}) + E(\sqrt{2N}) + E(\sqrt{3N}) + \dots + \\ + \sqrt{\frac{1}{4}(N-5)N} = \frac{1}{12}(N-5)(N-1),$$

$$E(\sqrt{N}) + E(\sqrt{2N}) + E(\sqrt{3N}) + \dots + \\ + E\sqrt{(N-2)N} = \frac{2}{3}(N-2)(N-1),$$

$$E\left(\sqrt{\frac{N}{2}}\right) + E\left(\sqrt{3 \cdot \frac{N}{2}}\right) + E\left(\sqrt{5 \cdot \frac{N}{2}}\right) + \dots + \\ + E\left(\sqrt{\frac{N-3}{2} \cdot \frac{N}{2}}\right) = \frac{1}{12}(N-2)(N-1).$$

II. Se p è un numero primo della forma $8z + 3$, si ha la eguaglianza

$$\left[E\left(\sqrt{\frac{p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{5p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{9p}{4}}\right) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{(p-2)p}{4}}\right) \right] - \\ - \left[E(\sqrt{p}) + E(\sqrt{2p}) + E(\sqrt{3p}) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{p-3}{4} \cdot p}\right) \right] = \frac{p-3}{8}.$$

III. Se p è un numero primo della forma $8z + 7$, si ha l'eguaglianza

$$\left[E\left(\sqrt{\frac{p}{2}}\right) + E\left(\sqrt{3 \cdot \frac{p}{2}}\right) + E\left(\sqrt{5 \cdot \frac{p}{2}}\right) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{p-1}{2} \cdot \frac{p}{2}}\right) \right] - \\ - \left[E\left(\sqrt{\frac{p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{5p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{9p}{4}}\right) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{(p-2)p}{4}}\right) \right] = \frac{p+1}{8}$$

IV. Se p è un numero primo della forma $4z + 1$, si ha la disuguaglianza

$$E\left(\sqrt{\frac{p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{5p}{4}}\right) + E\left(\sqrt{\frac{9p}{4}}\right) + \dots + \\ + E\left(\sqrt{\frac{(p-4)p}{4}}\right) > \frac{1}{24}(p-1)(2p-7)$$

e se invece il numero primo p è della forma $4z + 3$, si ha

$$\left[E\left(\sqrt{\frac{p}{2}}\right) + E\left(\sqrt{3 \cdot \frac{p}{2}}\right) + E\left(\sqrt{5 \cdot \frac{p}{2}}\right) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{p-1}{2} \cdot \frac{p}{2}}\right) \right] - \\ - \left[E(\sqrt{p}) + E(\sqrt{2p}) + E(\sqrt{3p}) + \dots + E\left(\sqrt{\frac{p-3}{4} \cdot p}\right) \right] > \frac{p-1}{4}$$

Napoli, aprile 1926.