

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

ANTONIO SIGNORINI

## Una conseguenza della diseguaglianza di Schwarz

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,*  
Vol. 4 (1925), n.5, p. 199–200.

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1925\\_1\\_4\\_5\\_199\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_5_199_0);

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione  
Matematica Italiana, 1925.

## Una conseguenza della diseuguaglianza di Schwarz.

Nota di ANTONIO SIGNORINI

Siano  $\varphi_1, \varphi_2, p_1, p_2$  funzioni generalmente continue del punto generico di un campo  $\tau$  ad un numero qualunque di dimensioni: colla condizione aggiuntiva che in tutto  $\tau$  sia

$$p_2 \geq p_1 > 0$$

senza che la  $p_2$  si identifichi colla  $p_1$ .

(\*) Da ciò si ricava senza calcoli l'altro teorema del BLÄSCHKE secondo il quale le estremali di  $\int F ds$  (ove  $F$  è una funzione del punto e  $ds$  l'arco) sopra una superficie costituiscono un sistema ciclico; perchè alle geodetiche di una superficie per cui l'elemento d'arco sia  $= F ds$  corrisponde appunto un sistema ciclico sulla superficie di partenza.

Adottando le notazioni

$$a_r = \int_{\tau} p_r \varphi_1^2 d\tau, \quad b_r = \int_{\tau} p_r \varphi_2^2 d\tau, \quad c_r = \int_{\tau} p_r \varphi_1 \varphi_2 d\tau \quad (r = 1, 2, \dots)$$

la diseuguaglianza di SCHWARZ dà

$$a_1 b_1 - c_1^2 > 0, \quad a_2 b_2 - c_2^2 > 0$$

tutte le volte che  $\varphi_1, \varphi_2$  non siano linearmente dipendenti in  $\tau$ , nel qual caso  $a_1 b_1 - c_1^2 = 0, a_2 b_2 - c_2^2 = 0$ .

Facilmente si dimostra che, escluso questo caso, necessariamente

$$(1) \quad a_2 b_2 - c_2^2 > a_1 b_1 - c_1^2.$$

Infatti, poniamo

$$p_3 = p_2 - p_1$$

e corrispondentemente sostituiamo (1) con

$$(2) \quad a_3 b_3 - c_3^2 + a_1 b_3 + a_3 b_1 - 2c_1 c_3 > 0.$$

Risultando dalla diseuguaglianza di SCHWARZ

$$a_3 b_3 - c_3^2 > 0, \quad a_1 > \frac{c_1^2}{b_1}, \quad a_3 > \frac{c_3^2}{b_3},$$

la (2) rimane dimostrata non appena si rilevi che

$$c_1^2 \frac{b_2}{b_1} + c_3^2 \frac{b_1}{b_3} - 2c_1 c_3 = (c_1 \sqrt{\frac{b_3}{b_1}} - c_3 \sqrt{\frac{b_1}{b_3}})^2.$$