Marcello Lelli

Una forma più generale del principio di Archimede

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **4** (1925), n.2, p. 63–64.

Unione Matematica Italiana

¡http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_2_63_0¿

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1925.

Una forma più generale del principio di Archimede.

Nota di MARCELLO LELLI

I teoremi delle quantità di moto e dei momenti delle quantità di moto, applicati alla massa di un fluido viscoso che in un certo istante occupa interamente uno spazio S limitato da una superficie chiusa σ, forniscono le relazioni

$$(1)\qquad \int_S \rho F dS + \int_\sigma \beta n d\sigma = \int_S \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} dS - \int_\sigma \rho(v \times n) v d\sigma$$

$$(2)\qquad \begin{aligned} \int_S (M-O)\wedge \rho F ds + \int_\sigma (M-O)\wedge \beta n d\sigma = \int_S (M-O)\wedge \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} - \\ - \int_\sigma (M-O)\wedge \rho(v\times n) v d\sigma, \end{aligned}$$

nelle quali, ρ la densità, F è la forza di massa, v la velocità, β l'omografia delle pressioni, t il tempo, n la normale interna a σ, O un punto fisso, ed M un punto generico di S o σ.

Infatti i primi membri rappresentano la risultante e il momento risultante rispetto ad O delle forze esterne, i secondi membri, ove si esegua il computo alla maniera di EULERO, cioè ritenendo invariabili col tempo i punti M, rappresentano la variazione unitaria della quantità di moto e il momento di tale variazione.

Se ne deduce, quando il moto sia permanente (1), e quando siano nulli gli ultimi termini dei secondi membri (ai quali spetta il significato fisico di flusso unitario della quantità di moto attraverso σ, e di momento di questo flusso):

$$(3) \qquad \begin{cases} \displaystyle\int_\sigma \beta n d\sigma = -\int_S \rho F dS \\ \displaystyle\int_\sigma (M-0)\wedge\beta n d\sigma = -\int_S (M-0)\wedge \rho F dS \end{cases}$$

Dunque:

Tracciata in seno a un fluido viscoso, in moto permanente, una superficie chiusa σ, la risultante e il momento risultante delle pressioni risentite attraverso σ dal fluido che in un certo istante trovasi entro di essa sono eguali ed opposti al vettore risultante e al momento risultante delle forze di massa, alla sola condizione che siano corrispondentemente nulli il flusso (e il momento del flusso) della quantità di moto che attraversa σ.

(Le due ultime condizioni sono evidentemente verificate quando sia $v \times n = 0$ su tutto il contorno σ).

Il principio di ARCHIMEDE risulta pertanto un caso assai particolare della legge ora enunciata.

Il risultato conseguito fu già, sotto diversa forma, esposto dal prof. CISOTTI (2) che ad esso giunse valendosi inoltre di una formula del prof. BOGGIO.

Tuttavia, poichè la stessa cosa discende con molta semplicità dai due teoremi delle quantità di moto, non sarà stato per avventura affatto inutile l'averlo rilevato (3).

(1) Con tale espressione si vuole qui significare che è costante in ciascun punto di S la quantità di moto dell'unità di volume.

(2) Rendiconti del Reale Istituto Veneto di Scienza. Vol. L; fascicoli 12-13; 1917.

(3) Nella mia nota *Sulla contrazione delle vene liquide*, contenuta nell'ultimo fascicolo del « Bollettino » (15 dicembre 1924), ho attribuito al prof. LEVI-CIVITA la formula (1). Essa fu data invece in quella forma più generale dal prof. CISOTTI nella Nota: *Sulla contrazione delle vene liquide*. Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, 1914-15, tomo LXXIV.