
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ROBERTO MARCOLONGO

La prima parte del codice Arundel 263 di Leonardo da Vinci

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 4 (1925), n.1, p. 13–21.*

Unione Matematica Italiana

[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_1_13_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_1_13_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1925.

La prima parte del codice Arundel 263 di Leonardo da Vinci.

Nota di ROBERTO MARCOLONGO

La Reale Commissione Vinciana, presieduta dall'on. professor MARIO CERMENATI, altamente benemerito degli studi vinciani e profondo conoscitore degli scritti del grande italiano, ha iniziato la molto attesa pubblicazione dei manoscritti e dei disegni di LEONARDO DA VINCI, con un primo volume edito, in splendida forma, dal Danesi di Roma ⁽¹⁾.

In questo volume viene per la prima volta nella sua integrità pubblicata la prima parte del famoso codice ARUNDEL 263 (precisamente i primi 116 fogli dei 283 di cui si compone tutto il codice). L'ARUNDEL, famoso diplomatico inglese che fu ripetutamente in Italia nei primi anni del 1600 e morì esule a Pa-

⁽¹⁾ I manoscritti e i disegni di LEONARDO DA VINCI pubblicati dalla Reale Commissione vinciana. — Il codice ARUNDEL 263 del Museo Britannico di Londra (Parte I: da fol. 1 a fol. 116). Volume del formato 27 × 23 cm. su carta a mano con filigrana speciale contenente pag. XXVI di premesse, 184 facsimili in fototipia, pag. 184 di trascrizione diplomatica e pag. 132 di trascrizione critica con 465 *clichés*. Danesi, editore, Roma, 1924.

Dopo la stampa di questa comunicazione fatta l'8 marzo 1924 alla R. Acc. delle Scienze fis. mat. di Napoli e che viene ora riprodotta con qualche variante, l'Italia ha subito la grave perdita del CERMENATI (ottobre 1924), del Dr TONI (luglio 1924) e del povero e giovanissimo RUFINI (ottobre 1924)!

dova nel 1646, gran raccoglitore di codici e di oggetti antichi, potè forse acquistare il codice così com'è costituito, oppure lo formò egli stesso con fogli raccolti pazientemente qua e là; poichè il codice ha tutto l'aspetto di una raccolta di fascicoli aggiustati, specie nel principio, o di fogli sparsi di vario formato e presenta inoltre ripetizioni e sovrapposizioni multiple. Dopo varie vicende, riassunte diligentemente nella breve prefazione, il codice venne in possesso del *British Museum* di Londra dove è attualmente conservato.

Il RICHTER, nella nota opera ⁽²⁾, trascrisse, forse per primo nel 1883 e in maniera monca ed inesatta, pochi passi di questo codice che furono poi utilizzati da alcuni studiosi di L., p. e. dal DUHEM ⁽³⁾, e nel 1901 il ROUYEYRE pubblicò una imperfetta raccolta di fotografie dei primi cento fogli, con la sola indicazione dei fogli del manoscritto nemmeno convenientemente identificato. Sicchè « *tutto il vasto materiale di studi e di osservazioni condensato in questo eccezionale codice si può dire inedito* » e per merito della Commissione Vinciana è reso ora di pubblica ragione a tutti gli studiosi.

Facendo inoltre tesoro dei numerosi lavori dell' UZIELLI, del RAYAISSON-MOLLIEN, del BELTRAMI, del PIUMATI, del CALVI, degli editori norvegesi dei quaderni di anatomia, e della esperienza faticosamente acquistata per la riproduzione dei manoscritti vinciani, la R. Commissione ha potuto presentare con questo primo volume un'opera di grande perfezione e che fa sommamente onore all'arte della stampa italiana. La riproduzione è in fototipia, con alcune pagine a colori in biocromia e triocromia e contiene a fronte la trascrizione diplomatica riga per riga, con una disposizione rigorosamente topografica che riproduce il testo di L., con opportuni accorgimenti. Questa prima trascrizione diplomatica è seguita da una seconda trascrizione che, per omaggio alla tradizione formatasi nelle pubblicazioni vinciane, si chiama critica, ricca anch'essa di figure necessarie alla comprensione del testo e che « *adempie allo scopo di rendere accessibile a tutti gli studiosi il codice di L.* ». In questa

⁽²⁾ Per un'ampia informazione su tutti i lavori intorno a LEONARDO e sulla pubblicazione dei manoscritti vinciani si veda ETTORE VERGA: *Gli studi intorno a Leonardo da Vinci nell'ultimo cinquantennio (1872-1922)*; uno dei recenti opuscoli vinciani pubblicato dall'Istituto vinciano di Roma, diretto da M. CERMENATI.

⁽³⁾ P. DUHEM: *Études sur Léonard de Vinci. Ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*. Seconde Série; Paris, Hermann, 1909, pag. 154-155 in nota; si riferisce ai fol. 173, 190.

sono sciolte tutte le abbreviazioni del testo e con opportuna interpunzione e con divisione esatta delle parole, viene meglio esposto il pensiero di L., e sono fatti quei ritocchi e quelle emendazioni nelle grafie e nei costrutti grammaticali, senza che in alcun modo sia alterato l'originale, ma senza al tempo stesso voler in alcun modo far opera interpretativa.

Venendo ora ad accennare in modo molto fugace al contenuto di questo codice leonardiano, cominciamo coll'osservare che la questione così importante e così ardua dell'ordine cronologico dei manoscritti vinciani è ora esaminata da uno dei più profondi e dotti conoscitori dell'opera vinciana. In attesa della imminente pubblicazione, sia qui ricordato intanto che uno dei più notevoli manoscritti di L. è costituito dal quaderno *E* (secondo la segnatura del VENTURI) ancora indebitamente trattenuto, insieme a molti altri, nella biblioteca dell'Istituto di Francia e pubblicati dal RAVAISSON-MOLLIEN; e la sua grande importanza per la storia della meccanica era stata notata dal VENTURI, dal LIBRI, dal GOVI, dal CAVERNI, dal DUHEM e più recentemente ancora dallo SCHUSTER ⁽¹⁾. Tale manoscritto è uno dei pochi che porti delle date: così nel foglio 1, L. nota di essere partito da Milano il 24 settembre 1513; il foglio 80 è datato dalla campagna di Parma il 25 settembre 1514.

Altro codice importantissimo e per la meccanica e per i commenti di L. alle letture dei libri di ALBERTO DI SASSONIA, è il manoscritto *F* il quale è stato cominciato in Milano il 12 settembre del 1508. Com'è noto, nel manoscritto *F*, L. dopo alcuni tentativi errati, riesce a risolvere (fol. 60) il problema delle tensioni di una fune sospesa a due punti e che sostiene un peso, cioè in fondo il problema della decomposizione di una forza secondo due direzioni date, seguendo la notazione moderna. Il DUHEM, correggendo alcune sue sviste, ha poi osservato che il fol. 60 è certamente scritto dopo il fol. 80 e quindi la soluzione di L. del problema delle tensioni deve essere stata fatta poco tempo dopo il settembre 1514 ⁽²⁾.

(1) FRITZ SCHUSTER: *Zur Mechanik Leonardo da Vincis (Hebelgesetz. Rolle, Tragfähigkeit von Ständern und Trägern)*. Inaugural-Dissertation. Erlangen, 1915.

Di questo notevole lavoro io ho avuto notizia dopo la pubblicazione della mia memoria (che avrò occasione di citare): *Lo sviluppo della Meccanica sino ai discepoli di Galileo*. Memorie R. Acc. Lincei; s. V. v. 13 (1919); e pare che esso sia anche sfuggito al VERGA.

(2) P. DUHEM: *Les origines de la Statique*, v. I, pag. 170; Paris, Hermann, 1905; v. II (1906) p. 347, *Études...* 1^{ère} série, pag. 301.

Bisogna però notare che la cosa era stata ben riconosciuta dal CAVERNI, assai prima del DUHEM. Ma così si fosse il CAVERNI limitato ad interpretare rettamente il pensiero di L. e si fosse mantenuto lontano dal grave difetto di voler giudicare delle opere di L. con criteri desunti dalla scienza moderna; difetto da cui, sebbene in misura grandemente minore, non è sempre immune lo stesso DUHEM. Non si sa come il CAVERNI abbia potuto vedere nella regola vinciana la decomposizione di una forza al modo con cui la facciamo noi e che L. non ha mai conosciuto; perchè infatti la soluzione di L. si fonda sul teorema del momento rispetto ad un punto della risultante o ad un punto preso su uno dei due tratti di fune ⁽⁶⁾.

Ora il codice ARUNDEL presenta intanto questa preziosa circostanza che, al pari del manoscritto *F*, porta la data del suo inizio. Dice infatti (f. 1r):

« Cominciato in Firenze, in casa Piero di Braccio Martelli, addì 22 di marzo 1508. E questo fia un raccolto senza ordine, tratto di molte carte le quale io ho qui copiate, sperando poi di metterle per ordine alli lochi loro, secondo le materie di che esse tratteranno; e credo che avanti ch'io sia al fine di questa, io ci arò a replicare una medesima cosa più volte; sì che, lettore, non mi biasimare, perchè le cose son molte, e la memoria non le po' riservare e dire: questa non voglio scrivere, perchè dianzi la scrissi ».

Queste prime pagine adunque sono per lo meno di 5 mesi anteriori a quelle del manoscritto *F* e di qualche anno a quelle del manoscritto *E* ⁽⁷⁾. Ed in queste stesse prime pagine, dedicate all'equilibrio della leva retta e angolare, alle bilance, e precisamente al fol. 1 v., L. dà in modo esplicito il teorema del momento, dicendo:

« il grave non si distribuisce alle braccia reali della bilancia nella medesima proporzione che è quella d'esse braccia, ma in

⁽⁶⁾ RAFFAELLO CAVERNI: *Storia del metodo sperimentale in Italia*. Tom. IV, Firenze, 1905; pag. 50. Egli dice infatti: « che considerando la linea *AT* come la diagonale del rettangolo rappresentatrice di tutta la forza ». A pag. 59 prende un grosso e singolare equivoco, ed a pag. 64 insiste ancora: « se avesse preso per filo conduttore, da non smarrirsi per la intricata via, il parallelogrammo, si sarebbe Leonardo, come negli altri casi, felicemente incontrato nel vero, ma benchè riconoscesse quella regola per certa (!)... ».

⁽⁷⁾ Altre date figurano nel codice: 29 maggio 1504 (fol. 148); 8 aprile 1503 (fol. 229); 9 luglio 1504, morte del padre (fol. 272). Il manoscritto *A* sembra anche posteriore ad *F*.

quella proporzione che hanno infra loro le braccia potenziali »; e la figura disegnata da L. non potrebbe essere più chiara per interpretare il suo pensiero. E nei fogli seguenti il teorema del momento è applicato nel caso in cui il polo è preso in uno dei punti di sostegno della fune: fol. 5v, 6v, 7v, 11v; ed esso permette di assegnare il valor numerico delle tensioni, che è quello che più interessa L.

Parrebbe dunque che la data di questa scoperta dovesse essere riportata almeno ai primi del 1508. Quali siano state le idee direttrici di L. e quale influenza abbia avuto sulle sue concezioni meccaniche la statica medioevale di GIORDANO NEMORARIO o di quell'altro incognito compilatore del « *De Ponderibus* », designato dal DUHEM col nome di « PRECURSORE DI LEONARDO », non è ora il caso di esaminare.

Molte altre note del codice riguardano la ricerca dei centri di gravità del triangolo, di un poligono (col metodo della decomposizione), d'uno spazio mensolare (trapezio isoscele); fol. 16-17. Naturalmente sono noti a L. i libri di ARCHIMEDE e di EUCLIDE che cita spesso. Al fol. 66r L. enuncia il teorema sulla intersezione delle rette (*assis*) unenti i vertici di una piramide (è effettivamente un tetraedro) con i centri di gravità delle facce opposte. Ma non dice affatto che il punto d'intersezione è il centro di gravità; teorema che trovasi invece chiaramente enunciato nel manoscritto *F* fol. 1 e che fu poi ritrovato da MAUROLICO nel 1548, com'è noto.

Perchè mai L. ha qui inserito quel teorema di geometria, mentre è noto che egli non si è mai occupato di ricerche di matematica pura? Non è forse lecito il supporre che qui manchi al codice qualche foglio?

Al fol. 11v, 95r, si ha un accenno a quella che fu poi chiamata *la regola del poligono di sustentazione*: « nessun grave si fermerà sopra il sostentaculo dov'è posato, se la linea centrale del suo peso non tocca la fronte di tal sostentaculo », pensiero ripetuto e poi cancellato al fol. 107v; e che troverà poi il suo completo sviluppo nel manoscritto *A* ⁽⁸⁾.

Per quanto riguarda il contributo di L. alla dinamica ho già osservato, nella mia memoria citata alla nota 4, che L. conosce che il moto rettilineo dei gravi liberi o cadenti su di un piano inclinato è uniformemente accelerato, si fa cioè con velocità proporzionale al tempo; ma non riesce a trovare la relazione che lega lo spazio al tempo; è in possesso della legge che lega la velocità

(8) P. DUHEM, *Études etc.* 1^{ère}, série, pag. 73-79.

di un grave che cade lungo un piano inclinato e quella per la caduta libera. Ma nemmeno il suo genio sa liberarsi dagli errori della meccanica aristotelica e per la legge della dinamica e per la spiegazione del moto dei proiettili.

La brevità di questo scritto non ci permette di accennare ai numerosi pensieri che in questo codice riguardano la dinamica. Vogliamo solo far notare due passi: il primo è quello del f. 12v in cui L. dice:

« Quel grave si mostra maggiore e si move con più velocità e più lungo cammino, il qual discende per linea meno obliqua ». E nel far la figura pare egli abbia avuto in vista di trattare del moto dei gravi per le corde di un cerchio, precorrendo così uno dei celebri teoremi di GALILEO, aggiungendo:

« El peso o, che discende per la obliqua *ao*, si ferma nell'angolo retto che fa la linea centrale del peso colla linea del suo moto ». Ma dopo questa scoperta, più oltre, ricadiamo in piena dinamica aristotelica; perchè al f. 76v è detto:

« Se per due diverse obliquità, due pesi discenderanno, e sieno delle obliquità e de' pesi una medesima proporzione, allora sia trovata nei pesi una medesima velocità nel discendere ».

Ciò che dice L. è vero: ma le obliquità, i pesi non hanno nulla a che fare; e la eguaglianza delle velocità quando per diverse oblique raggiungono la stessa orizzontale (facile conseguenza del teorema delle forze vive) è il famoso postulato di GALILEO, da questo dimostrato poco tempo prima della morte, e posto a fondamento di tutte le proprietà del moto dei gravi sui piani inclinati.

Su tale questione e in opposizione a certe arbitrarie deduzioni del DUEM, ci siamo diffusi nella memoria citata alla nota 4.

Sia pure ancora notato che molti dei pensieri sul lume della luna, sulla forma delle montagne lunari, che si trovano sviluppati nel manoscritto *F* e dai quali con analisi minuta, ma spinta sino all'esagerazione, il DUEM ha tratto la prova non dubbia della influenza di ALBERTO DI SASSONIA su L., si ritrovano in questo codice, ma in forma meno esplicita, e a volte più efficace che nel manoscritto *F*, dove è appunto citato ALBERTO (ALBERRUCCO) (*). Si veda infatti ciò che trovasi scritto al f. 28v: « qui si concluderà che ciò che della luna splende, è acqua simile a quella de' nostri mari e così inondata: e ciò che di lei non splende, sono isole e terra ferma ».

f. 94r e 94v: « la luna non ha lume da sè, se non quanto ne

(*) Opera citata alla nota 8. pag. 19-50.

vede il sole, tanto l'alumina »; e infine una espressiva figura della luna al f. 104r.

Pare a noi che questi fogli se non scritti, come i primi, nel marzo 1508 siano certamente anteriori a quelli del manoscritto *F*, e che tra il 1508 e il 1513 abbia L. conosciuto e studiato ALBERTO DI SASSONIA.

Pochi accenni di matematica pura contiene il codice; salvo il teorema sugli *assis* della piramide, si tratta di appunti di letture fatte su ARCHIMEDE, su EUCLIDE o su qualche manoscritto tradotto dall'arabo: riducendosi tutto al metodo pratico per misurare una distanza; a semplici applicazioni del teorema pitagorico (somme, differenze di quadrati e di cerchi); al modo di estrarre geometricamente le radici dai numeri; ad una ingegnosa dimostrazione (di netta origine araba) della formula per la somma dei primi n numeri naturali, f. 27r; al volume e superficie della sfera, ecc.

Ma ciò che sorprende in questo codice è la frequenza dei tentativi — purtroppo infruttuosi — coi quali L. ha cercato di risolvere il cosiddetto problema di ALHAZEN, la ricerca cioè del punto d'incidenza di un raggio luminoso, uscente da un punto, su di uno specchio sferico, per poi giungere all'occhio; o, come noi diciamo, riducendosi il problema ad uno di geometria piana, il problema del biliardo circolare.

In una importante dissertazione il sig. O. WERNER ⁽¹⁰⁾ crede di dimostrare, da un accenno del *Codice raticano* sul *Trattato della Pittura*, che L. ha conosciuto l'ottica di ALHAZEN (IBN AL HAITAM, m. 1038) in una traduzione latina o italiana. Al dire del WERNER e dello SCHNAASE, che ha ripubblicato l'opera dell'astronomo arabo ⁽¹¹⁾, questi ha tentato di risolvere il problema, senza poterne dare completamente la soluzione.

⁽¹⁰⁾ OTTO WERNER, *Zur Physik Leonardo da Vincis*. Inaugural-Dissertation. Erlangen, 1919: pag. 29: 127.

⁽¹¹⁾ L. SCHNAASE, *Die Optik Alhazens*, 1889. Quest'opera di ALHAZEN fu stampata in latino: *Opticae thesaurus, Alhazeni Arabis libri septem, nunc primum editi. Ejusdem liber de crepusculis et nubium ascensionibus. Item Vitellionis Thuringo-Poloni libri decem. Omnes instaurati, figuris illustrati et aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentarijs*, a FEDERICO RISNERO. Basileae 1572. Ma il trattato era stato pur tradotto in italiano nel secolo XIV. Bull. di Boncompagni, t. 4, p. 1 (1871). Vedasi anche l'*Aperçu historique* di CHASLES, 2^{me} éd. Non ho potuto consultare l'opera dello SCHNAASE; ma ho esaminato, in uno splendido esemplare della Corsiniana, quella di ALHAZEN, il cui quinto libro è appunto dedicato ai problemi della riflessione su di uno specchio sferico, ed alla ricerca del punto

I numerosi tentativi di L.: f. 19v, f. 20r, f. 20v, f. 23v, f. 28v, f. 48v, f. 49v, f. 50v, f. 61r, f. 62v, f. 64v, f. 70r, f. 70v, f. 95v, f. 97v, o contengono soluzioni del tutto errate o qualche tentativo di costruzione approssimata⁽¹²⁾. E di questi tentativi si hanno anche prove nel manoscritto *F* dove è detto essere impossibile dare regola generale per trovare il punto d'incidenza sul cerchio: f. 10v: Il problema in sè non superava in difficoltà altri problemi risolti dalla scienza greca; ma superava di troppo le conoscenze matematiche di L.; e doveva ricevere la sua più elegante soluzione un secolo e mezzo più tardi per opera di HUYGENS⁽¹³⁾.

di riflessione quando l'occhio e l'oggetto sono entrambi esterni (prop. 39), uno esterno l'altro interno (prop. 36) o tutti e due interni (prop. 73). ALHAZEN faticosamente, ma ingegnosamente, riconduce il problema a quello di tirare per un punto di un dato cerchio ad un diametro dello stesso, una secante tale che la parte intercetta tra il diametro ed il cerchio sia eguale ad un dato segmento (prop. 34). Tale problema si risolve agevolmente colla intersezione di una conoide col cerchio; e ciò sapeva e poteva ben fare il dotto arabo. Ma più che una risoluzione meccanica, ALHAZEN vuol provare la possibilità del problema, e ciò egli fa molto bene (se non c'inganniamo) colla considerazione di una iperbole equilatera. Il problema dunque è effettivamente risoluto (e anche discusso, prop. 75 e seg.) da ALHAZEN, sebbene in modo non semplice. Ma come si spiegano allora le affermazioni e i tentativi di L.? Ha egli effettivamente conosciuto l'opera dell'astronomo arabo?

La soluzione di ALHAZEN è ripetuta da VITELLIONE nell'*Optica*, parimenti pubblicata dal RISNER (lib. I, prop. 188-137; lib. VI, prop. 22, ecc.).

ISACCO BARROW (1630-1677) nelle *Lectiones opticae et geometricae; in quibus phaenomenon opticorum genuinae rationes investigantur, ac exponuntur; et generalia curvarum linearum symptomata declarantur* (Londra, edizione del 1674), riproduce in fondo (Lect. IX, pp. 65-66), con molte semplificazioni e con grande brevità, la soluzione di ALHAZEN, dal BARROW ritenuta « barbaricamente orribile ed oscura ».

⁽¹²⁾ A questo forse alludeva il GOVI accennando alla soluzione « meccanica del così detto Problema di ALHAZEN » nel suo saggio: *Leonardo letterato e scienziato*, recentemente ripubblicato dal compianto FAVARO « Vinciani d'Italia — Biografie e scritti » una delle altre notevoli pubblicazioni dell'Istituto di studi Vinciani. Roma, Maglione e Strini, 1923, pag. 99.

Pochi giorni prima della sua immatura fine, il compianto RUFINI, che aveva ultimato il sommario e l'indice del Codice atlantico, che ci auguriamo di veder presto pubblicato, mi informava che appunto in tal Codice, p. 181v, è esposto da L. un metodo « per trovare l'angolo della contingenza per via d'istrumento »; avvalorando così l'affermazione del GOVI.

⁽¹³⁾ HUYGENS risolvè il problema mediante intersezione del cerchio con una iperbole nel 1669: *Oeuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société hollandaise de Sciences*, t. VI, pag. 132; e poi in maniera

Dai brevi cenni fatti risulta che, se dalla prima parte di questa nuova pubblicazione di un altro codice vinciano, non viene sostanzialmente a mutare il complesso di ciò che ora è conosciuto in riguardo al contributo di L. alla fisica ed alla meccanica; la conoscenza approfondita e lo studio del codice stesso avranno, secondo il nostro modestissimo avviso, una grande importanza per la più intima comprensione e lo sviluppo del pensiero di LEONARDO; e potrà affrettare quell'opera di sintesi sulla meccanica vinciana che dovrebbe coronare le molte fatiche di tanti studiosi.

più semplice nel 1672, t. VII, pag. 166, 187. Fu del pari risoluto da SLUZE in modo poco diverso e poi con l'intersezione del cerchio con una parabola. Ibid, VII, pag. 90, 147. La costruzione di HUYGENS, in cui compariscono i punti inversi P e Q dei punti dati B e C (occhio e oggetto luminoso) rispetto al dato cerchio di centro A , consiste nel tracciare una iperbole equilatera che ha per centro il punto medio R del segmento PQ , per asintoti le parallele alle bisettrici dell'angolo PAQ e del suo supplemento e passante per A , P , Q . Dei suoi quattro punti d'incontro col cerchio due soli rispondono al problema.

La dimostrazione alquanto lunga di HUYGENS trovasi notevolmente semplificata nelle *Institutiones analyticae* di RICCATI e SALADINI. Bologna 1765, t. I, pag. 237-239.

Altre soluzioni date in seguito e anche recentemente non differiscono sostanzialmente dalla precedente.
