

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

OTTORINO POMINI

## Intorno alla distribuzione della forza elastica nell'imbocco dentato

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie  
1, Vol. 3 (1924), n.3, p. 100–103.*

Unione Matematica Italiana

[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_3_100_0)

[//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1924\\_1\\_3\\_3\\_100\\_0;](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_3_100_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

**Intorno alla distribuzione della forza elastica  
nell'imbocco dentato.**

Nota di OTTORINO POMINI <sup>(1)</sup>

**4. Estensione dell'indagine e dei risultati.**

Disaminando ruote più potenti o più veloci si hanno fra le misure positive ed i risultati del calcolo differenze più lievi di quelle dianzi trovate, le quali appartengono alla coppia più longeva di cui si possa esibire la fotografia e lo stampo della sezione.

Anche l'analisi delle ruote diritte con denti di legno, appartenenti ad argani per pozzi profondi, supposte agire come *denta-*

<sup>(1)</sup> Continuazione, v. anno III, n. 2, pag. 56.

ture di forza, lascia dedurre una distribuzione della forza elastica perfettamente conforme a quella prevista dalla teoria.

Visto che le ipotesi ed il calcolo in discussione concernono direttamente l'elasticità della materia, la quale obbedisce sempre all'istessa legge (indipendentemente dall'essere i suoi effetti più o meno appariscenti) resta pienamente confermata la razionalità delle ipotesi assunte nel calcolo degl'ingranaggi; e si comprova la piena attendibilità dei risultati del calcolo stesso applicato a dentature di qualsivoglia materia.

### 5. Ingranaggi funzionanti a velocità medie.

Le ruote più veloci di quelle di forza, ma più lente di quelle di lavoro, sono sedi di forze elastiche meno variabili di quelle dovute a freccia elastica costante; ed a considerarle come ruote di lavoro s'avvantaggia leggermente la sicurezza. Per un esempio concreto, supponiamo che la suddodata coppia mista funzioni a bassissima velocità e troviamo l'andamento della forza elastica di questa dentatura cicloidale, considerata come ingranaggio di forza. Applicando le equazioni cardinali da me ottenute per il calcolo delle ruote di forza, si costruisce agevolmente il diagramma della figura 7. Dal quale appare che i denti di legno s'inflextono — a parità di sforzo periferico — il 20% meno a lavorare nell'ingranaggio di forza; ed il fianco riesce meno compresso che se appartenesse a ruota di lavoro (sempre a parità di sforzo peri-

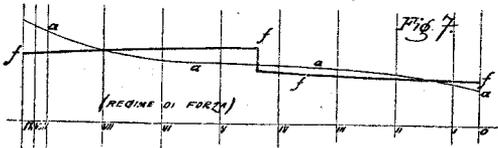


Fig. 7

ferico); lo sconto di questa compressione del fianco riesce, nelle più compresse zone dell'imbocco, di circa il 10%.

Tale lieve maggior margine di sicurezza delle ruote funzionanti a velocità media è solo virtuale. Invero, l'introduzione del fattore  $\frac{v_{max}}{v + v_{max}}$  ch'io proposi per tener certo conto dell'usura, grava più sulle ruote meno veloci e le sovraccarica rispetto alle più veloci:

### 6. La spinta assiale delle ruote coniche ed i suoi effetti.

Si sa che le ruote coniche sono soggette ad una spinta assiale, che farebbe sfilare le ruote fuor dell'imbocco, ove non intervenis-

sero i *collari d'arresto* solidari con gli assi. Nessuno però ha mai definito questa spinta, nè insegnato a misurarla. Lo studio dell'equilibrio elastico delle dentature dà modo di colmare la lacuna. Invero:

*La spinta assiale istantanea delle coppie coniche è la somma delle proiezioni assiali delle forze elastiche promosse in quell'istante dal contatto dei denti.*

La definizione vale per il rocchetto e per la ruota; la giustificazione scende evidentemente dalla proiezione assiale delle forze.

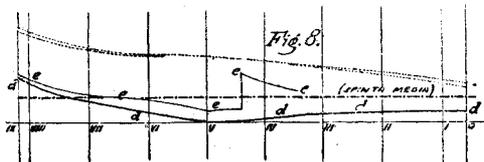


Fig. 8

Per valutare gli effetti della spinta, costruiamola graficamente; partendo magari dalla linea sperimentale *a*. La linea *d* (figura 8), rappresenta la spinta istantaneamente promossa lungo l'asse della ruota: dall'imbocco allo sbocco del dente di legno, ch'è il motore; la linea *e* (costruita sommando ordinatamente le ordinate *d* a distanza d'un passo) è la risultante delle spinte assiali istantanee per la ruota.

Analoghe linee spettano al rocchetto. Integrandole si trovano le spinte medie:

$$\text{Ruota)} \quad \frac{\text{spinta media}}{\text{sforzo periferico}} \stackrel{S}{=} \frac{1}{6};$$

$$\text{Rocchetto)} \quad \frac{\text{spinta media}}{\text{sforzo periferico}} \stackrel{S}{=} \frac{1}{12}.$$

La spinta diviene doppia della media e metà della media *alternamente*; ma non ha potere d'alterare sensibilmente la grandezza della forza trasmessa.

*Nota.* Il variare della spinta affatica l'asse della ruota e determina eventualmente la massima distanza dei sopporti verticali per una marcia corretta e sicura. Anche il fluttuar della forza elastica — benchè si lieve da lasciar raggiungere un grado d'irregolarità cento volte migliore di quanto basti agl'impianti fini — può affaticare gli alberi del rocchetto e della ruota. L'apprezzamento di questa *fatiga elastica* è tuttora incerto; ma il costruttore farà bene a procedere con cautela, particolarmente negl'impianti veloci.

### 7. *Conclusioni.*

Si è proposto un modo positivo di studio della distribuzione della forza elastica lungo l'imbocco dentato. Questo modo riflette il rilievo della deformazione assiale del dente, di cui rimane l'esatta traccia meccanica, avvenuto che sia l'avviamento delle ruote. L'applicazione di questo metodo alle dentature miste conferma pienamente l'attendibilità dell'*ipotesi di lavoro* per le antiche ruote delle turbine idrauliche. Le più elementari considerazioni di meccanica lasciano estendere i risultati a tutti gli ingranaggi odierni.

Si sono calcolati i principali elementi meccanici della marcia delle ruote, accennando al modo di tenerne conto nello studio dei problemi che li concernono.

Si è definita la spinta assiale istantanea dell'ingranaggio conico e la si è costruita per la coppia in questione.

Si è visto che il fluttuar della forza elastica introduce irregolarità di marcia cento volte minori di quanto necessiti evitare; al tempo stesso si è osservato che la fatica elastica, promossa nella materia dalla trepidazione, non è punto trascurabile.

Infine si vuol notare che l'accenno di certe piccolezze — fatto in questo articolo — è forzosamente voluto dall'importanza del fatto che mosse la mia prima ricerca: « potere gli ingranaggi con molti denti trasmettere un carico multiplo di quelli con pochi denti » e questo contrariamente alle già usate formule, e giusta i risultati dell'*applicazione sistematica delle leggi fisiche*, consolidati dall'esperienza ampia e profonda dell'ultimo ventennio.