
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

OTTORINO POMINI

Intorno alla distribuzione della forza elastica nell'imbocco dentato

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 3 (1924), n.2, p. 56-62.*

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_2_56_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

**Intorno alla distribuzione della forza elastica
nell'imbocco dentato.**

Nota di OTTORINO POMINI

1. Premessa.

L'esperienza indica che l'usura del dente di legno nelle coppie miste di ghisa e legno è dapprima assai più accentuata nella parte media della lunghezza del dente; e procede poi gradatamente sino alle estremità; divenendo affatto uniforme su tutta la lunghezza del dente, quando la ruota abbia subito cinque o sei volte il ricambio dei denti stessi. Nelle coppie progettate secondo arte l'usura diviene uniforme su tutta la lunghezza del dente dopo 15 o 20 o più anni di lavoro (impianti più o meno veloci).

Anche il fianco dei denti di ghisa del rocchetto si usa dapprima assai più nel mezzo; cosicchè questo dente viene come ad incavarsi nel senso della lunghezza, apparendo affatto concavo verso il dente compagno. La concavità assunta dai denti di ghisa, dopo 15 o 20 anni di funzionamento, rimane di grandezza immu-

tata anche dopo 40 anni di lavoro ininterrotto; cioè dire, formata che sia quella concavità, l'usura procede poi regolarissimamente in corpo su tutta la lunghezza del dente.

Siccome l'usura dei due materiali dipende essenzialmente da due fattori indipendenti: pressione specifica e velocità di sfregamento; e siccome la velocità di sfregamento nelle dentature cilindriche diritte è — in ogni istante — identica in tutti i punti a contatto: così ne scende che l'intensificarsi dell'usura in una parte della lunghezza di tali denti segue dall'intensificarsi della pressione specifica in tal tratto. Conversamente, l'uniformità dell'usura non può esser prodotta che dall'uniformità della pressione specifica su tutta la lunghezza del dente.

Evidentemente il ragionamento si applica alla dentatura diritta di qualsivoglia coppia conica, sostituendo all'aggettivo *uniforme*, il qualificativo *lineare*.

2. Modo d'esperire la distribuzione della forza elastica.

L'esperienza adunque insegna che il carico delle dentature diritte (o coniche) non può essere distribuito uniformemente

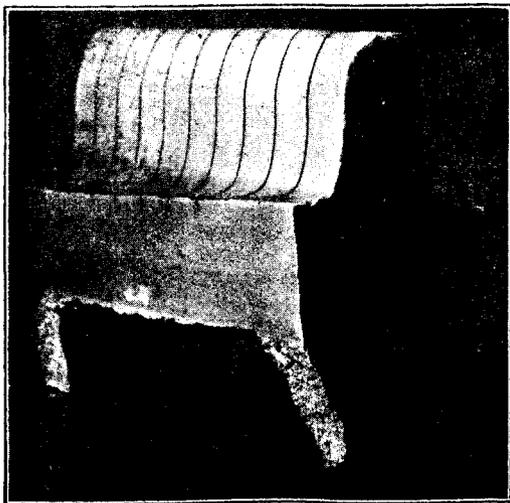


Fig. 1a

(corr. linearmente) se non prima le generatrici della superficie di lavoro del dente di ghisa siano state arcuate longitudinalmente: adunque il carico di lavoro arcua pure il dente di legno nel senso della lunghezza, facendogli volgere al dente compagno

la convessità corrispondente all'incavo prodotto nel fianco del dente di ghisa. Questa deformazione longitudinale di lavoro, suscitata in tutte le ruote avviate, è messa in bella evidenza

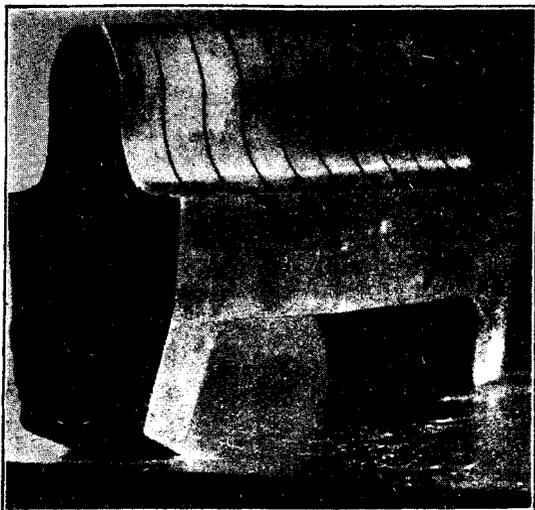


Fig. 1b

dalle dentature longeve: per esempio, da quella fotografata nelle figure 1_a, 1_b e 2; la prima delle quali riflette il fianco *nuovo*, la seconda il fianco *usato da 30 anni di lavoro ininterrotto*, la terza la

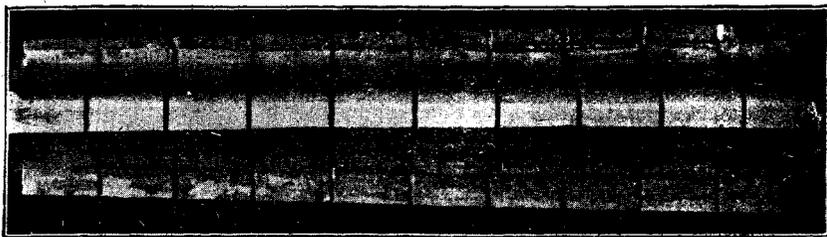


Fig. 2

vista di entrambi i fianchi d'un rocchetto per trasmissione di turbina idraulica. Perchè salti all'occhio l'importanza della concavità ho praticato una serie di tagli trasversali, equidistanti.

Naturalmente la teoria lascia prevedere, ed anche precisare col calcolo, tale deformazione della generatrice di contatto. Invero, la pressione specifica di lavoro suscita una compressione uniforme

nell'intorno del punto d'applicazione; e la compressione elastica diretta lungo la generatrice (la quale nei corpi isotropi vale, secondo HERTZ, i cinque sesti della pressione applicata normalmente alla superficie) agisce come cuneo dilatando la materia lungo la generatrice, ed arcuando il dente come s'è visto.

Presentemente ci proponiamo non già di seguire analiticamente la deformazione (ciò che faremo nel seguito) bensì di tro-

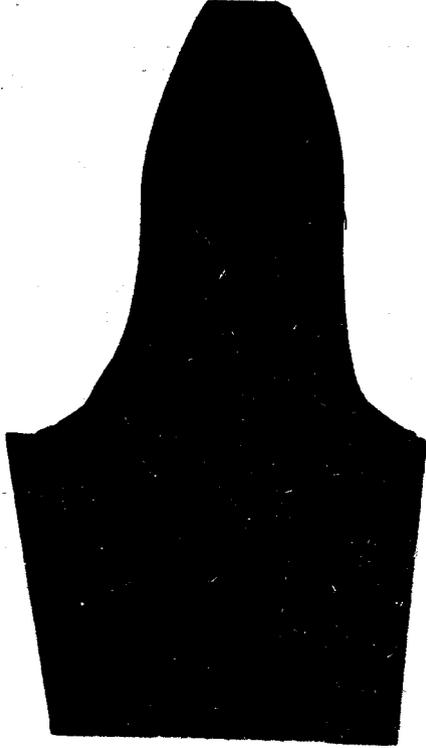


Fig. 3

vare *sperimentalmente* il carico che corrisponde a tale deformazione, registrata nel fianco del dente di ghisa. Applichiamo adunque alle successive generatrici del dente di legno — ordinatamente e per tentativi — carichi uniformi tali, che la saetta elastica longitudinale, fatta dal dente nei successivi punti dell'imbocco, sia precisamente quella data dal rilievo meccanico sul dente di ghisa. Questo *carico sperimentale* è quel medesimo che la generatrice riceve durante il lavoro; chè, la corrispondenza fra lo sforzo e la deformazione è univoca. Ora la deformazione è diversa da

generatrice a generatrice, e lo sforzo varia lungo l'imbocco. La linea *a* della figura 4 esibisce la distribuzione della forza elastica suscitata nell'imbocco, rilevata sperimentalmente dalle prove eseguite sulla dentatura (figure 1, 2, 3). La figura 3, impressa sul foglio, al vero, da una fetta stessa di tale dentatura testimonia la immutabilità del profilo trasversale del dente di ghisa, anche dopo

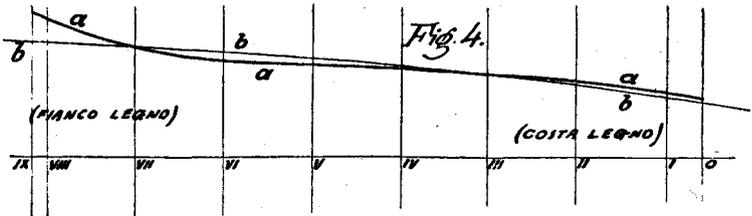


Fig. 4

30 anni di lavoro ininterrotto. La legge dell'*uniformità d'usura del profilo cicloidale*, dal punto d'accesso al punto di recesso, ricavata teoricamente dagli Autori tedeschi, è ora per la prima volta comprovata sperimentalmente. Si confrontino il profilo nuovo e quello usato e si troverà fra di essi la differenza di tutt'al più un decimo di millimetro, su 6 mm. di usura totale!



Fig. 5

Naturalmente, nel confronto bisogna astrarre dal raccordo che anticamente si voleva dare al filo di testa del dente di ghisa.

I punti *O-IX* dell'imbocco sono individuati dalla figura 5, che è la fotografia della *zona sferica* ausiliaria allo studio cinematografico di quest'imbocco.

La coppia in questione corre alla velocità di 10 m/sec. Se per essa riteniamo valida l'ipotesi della freccia elastica costante, da me assunta nel *Calcolo delle ruote di lavoro*, e se seguendo tale calcolo cerchiamo la distribuzione della forza elastica lungo l'imbocco, troviamo la linea *b* della figura 4; messa in relazione tale, con la linea *a*, che il lavoro trasmesso dalla coppia di denti

traversante l'imbocco è uguale nei due casi. Fra le ordinate a e b si riscontra una differenza $\cong 5\%$ solo nel tratto VIII-IX, il quale è la $\frac{4}{177}$ parte dell'imbocco. Poi che le rullette ruotano uniformemente con le dentature, la leggerissima punta non dura che $\frac{1}{23}$ del tempo d'ingranamento. La differenza fra le ordinate a e b è solo in parte dovuta ad errori di misura, o ad approssimazione dei calcoli. Infatti:

3. Irregolarità di marcia ed ampiezza della trepidazione.

Troviamo anzitutto il grado d'irregolarità della marcia, dovuto alla variazione della forza elastica, proiettando questa forza sul campo del dente e costruendo il diagramma dello sforzo tangenziale (figura 6). Eseguita la quadratura per le aree massime in eccesso ed in difetto si ha:

$$m \cdot v \cdot \Delta v = 1,6 \text{ kgm.}$$

Ed in presenza di 200 HP trasmessi alla velocità $v = 10$ m/sec.,

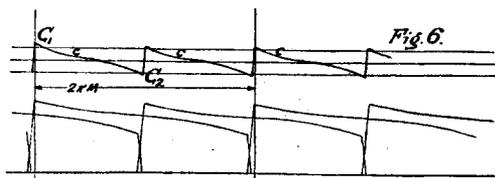


Fig. 6

mediante le masse di 100 e di 220 chilogrammi di massa, scendono i gradi d'irregolarità:

$$\text{Rocchetto di massa } m_1) \quad \varphi_1 = \frac{\Delta v_1}{v} = \frac{1}{1000};$$

$$\text{Ruota di massa } m_2) \quad \varphi_2 = \frac{\Delta v_2}{v} = \frac{1}{22000}.$$

Notiamo subito che il grado d'irregolarità, dovuto alla distribuzione della forza elastica lungo l'arco d'imbocco, riesce 100 volte minore di quello che sarebbe ancora tollerato in un impianto elettrico.

Ora, ammesso costante il lavoro resistente, le masse in corona del rocchetto e della ruota trepidano — per le riconosciute variazioni della forza agente — innanzi ed indietro, simultaneamente ed oppostamente. Per avere il massimo spostamento rela-

tivo, cioè l'*ampiezza della trepidazione*, osserviamo che il moto relativo avviene come se la ruota stesse ferma ed il rocchetto avesse massa $\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ e fosse soggetto a tal forza. Integrata adunque due volte l'accelerazione c (e magari analiticamente, sostituendo un tratto rettilineo alla curva C_1C_2 , la quale misura — in una certa scala — anche l'accelerazione) si trova che l'ampiezza della trepidazione ascende a circa $\frac{7}{160}$ dello spostamento elastico totale, sofferto dal dente attraversante l'imbocco.

Questo spostamento relativo, caratteristico della marcia non troppo veloce della coppia considerata, giustifica quasi totalmente la presenza della punta in IX; ma vorrebbe un'altra punta, ascendente a circa il 3,5% nell'intorno di IV, dove segue l'accesso della veniente coppia di denti. Il rilievo meccanico non ha potuto fornire alcun dato circa la presenza e l'entità di quest'altra punta del 3,5%; ma la stessa analisi delle forze in giuoco nell'istante di presa di contatto dei denti trascende veramente le nostre cognizioni scientifiche.

Dal punto di vista dell'applicazione agli studii tecnici, i riscontrati gradi d'irregolarità di marcia, come pure le differenze — emergenti nei punti singolari — fra il rilievo meccanico ed i risultati del calcolo, sono ancora inferiori di quelli che renderebbero accetta la nostra *ipotesi di lavoro* a freccia elastica costante.

(continua)