UMI

Sunti di lavori esteri

* Lavori di: W. Wilkosz, H. Steinhaus, W. Sierpinski, C. Kuratowski

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **2** (1923), n.3, p. 106–107.
Unione Matematica Italiana
<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1923_1_2_3_106_0>

SUNTI DI LAVORI ESTERI

Teoria degli aggregati. — W. Wilkosz. *Sugli insiemi non misurabili* (L). « Fund. Math. », t. 1, 1920, pp. 82-92.

Il Vitali (*Sul problema della misura dei gruppi di punti di una retta.* Bologna, 1905) diede il primo esempio di gruppi di punti lineari non misurabili (L) (misura secondo Lebesgue). Altri esempi del genere furono poi dati dal Lebesgue, dal Van Vleck e da altri: tutti questi esempi sono però fondati sul postulato di Zermelo.

Il Wilkosz intraprende lo studio sistematico degli insiemi non misurabili (L). Dimostra, fra l'altro, che dato un insieme E non misurabile, l'insieme dei punti, nell'intorno dei quali E risulta non misurabile, è perfetto; e che i punti di E che non appartengono a questo insieme perfetto costituiscono un insieme misurabile. *l. t.*

— — H. Steinhaus. *Sur les distances des points des ensembles de mesure positive.* « Fund. Math. », t. I, 1920, pp. 93-104.

Generalizzando un teorema di Sierpinski, l'A. dimostra che, se E è un insieme lineare misurabile, di misura positiva, l'insieme delle distanze fra due punti qualunque di E contiene un intero intervallo. *l. t.*

— — W. Sierpinski. *Sur un problème concernant les ensembles mesurables superficiellement.* « Fund. Math. », t. I, 1920, pp. 112-116.

Ammesso il postulato di Zermelo, l'A. dimostra:

a) che esiste un insieme piano che è di misura nulla su ogni retta, ma che *non* è misurabile superficialmente;

b) che esiste un insieme piano non misurabile superficialmente, che ha, al più, due punti comuni con ogni retta;

c) che esistono delle funzioni, univoche e reali, di una variabile reale, le cui imagini geometriche non sono misurabili superficialmente. *l. t.*

— — W. Sierpinski. *Sur la question de la mesurabilité de la base de M. Hamel.* « Fund. Math. », t. I, 1920, pp. 103-111.

Si chiama *base* di Hamel un insieme (non numerabile) di numeri reali, non nulli, $a, b, c, \ldots$, tali che ogni numero reale x

possa essere rappresentato, in modo unico, nella forma

$$x = \alpha a + \beta b + \gamma c + ...,$$

α, β, γ,.... essendo dei numeri razionali, tutti nulli eccettuati un numero finito di essi. L'esistenza di una tale base è stata dimostrata da HAMEL (« Math. Annalen », Bd. 60, p. 459), per mezzo del postulato di ZERMELO.

Il SIERPINSKI dimostra:

a) che ogni base di HAMEL è non misurabile B (nel senso di BOREL);

b) che esistono delle basi di HAMEL che non sono misurabili L (nel senso di LEBESGUE);

c) che esistono delle basi di HAMEL misurabili L;

d) che ogni base di HAMEL, misurabile L, è necessariamente di misura nulla;

e) che esistono degli insiemi lineari X e Y, ambedue misurabili L, tali che l'insieme di tutte le somme $x + y$, ove x appartiene a X e y a Y, è non misurabile L (ammettendo il postulato di ZERMELO). *l. t.*

Teoria degli aggregati. — C. KURATOWSKI. *Sur la notion de l'ensemble fini.* « Fund. Math. », t. I, 1920, pp. 130-131.

L'A. dà la seguente definizione dell'insieme *finito*: « l'insieme M è *finito* allorquando la classe di tutti i suoi sotto-insiemi (non vuoti) è l'unica classe soddisfacente alle condizioni:

1°) i suoi elementi sono dei sotto-insiemi (non vuoti) di M;

2°) ogni insieme contenente un solo elemento di M appartiene a questa classe;

3°) se A e B sono due insiemi appartenenti a questa classe, alla medesima classe appartiene anche il loro insieme-somma $A + B$ ».

Questa definizione, che è una modificazione di un'altra già data da SIERPINSKI, non dipende nè dalla nozione di numero naturale nè dalla nozione generale di funzione, le quali entrano nelle definizioni che fanno uso della nozione di corrispondenza. *l. t.*

— — W. SIERPINSKI. *Sur un ensemble punctiforme connexe.* « Fund. Math. », t. I, 1920, pp. 7-10.

L'A. dimostra l'esistenza di un insieme piano *puntiforme* e *connesso,* intendendo, per *puntiforme,* ogni insieme di punti che non contenga alcun continuo, e per *connesso,* ogni insieme che non possa essere decomposto in una somma di due insiemi, di cui nessuno contenga i punti di accumulazione dell'altro. *l. t.*